2. $f(x)=\cos x-\cos^3 x$, $I=\mathbb{R}$, $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$.

3. $f(x)=\sin x-\sin^3 x$, $I=\mathbb{R}$, $F\left(-\frac{\pi}{4}\right)=2$.

4. $f(x)=\frac{1+\tan x}{\cos^2 x}$, $I=[0,\frac{\pi}{2}[$, $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

5 1. Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\cos x.\cos(3x)$ et $g(x)=\sin x.\sin(3x)$.

a. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de chacune des fonctions $f+g$ et $f-g$.

b. En déduire les primitives sur $\mathbb{R}$ des fonctions f et g.

2. Déterminer la primitive sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en π de la fonction h définie par $h(x)=(1+\cos x)\sin(4x)$.

6 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x\sin x$.

1. Montrer que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et que pour tout réel x, $f(x)=2\cos x-f''(x)$.

2. En déduire la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en π.

7 Soit f la fonction définie sur $]-1,+\infty[$ par $f(x)=\frac{x^2+2}{(x+1)^4}$.

On se propose de déterminer des réels a, b, c et d tels que pour tout x de $]-1,+\infty[$,

$$f(x)=\frac{a}{x+1}+\frac{b}{(x+1)^2}+\frac{c}{(x+1)^3}+\frac{d}{(x+1)^4}.$$

1. a. Calculer $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x+1)^4 f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)f(x)$.

b. En déduire que $d=3$ et $a=0$.

2. a. Vérifier que pour tout réel x de $]-1,+\infty[$, $\frac{x-1-c}{(x+1)^3}=\frac{b}{(x+1)^2}$.

b. En déduire les valeurs des réels b et c.

3. Déterminer la primitive de f sur $]-1,+\infty[$ égale 2 en 0.

8 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par $f(x)=\frac{2x+1}{(x-2)^3}$.

1. Déterminer les réels a et b tels que pour tout x de $\mathbb{R}\setminus\{2\}$, $f(x)=\frac{a}{(x-2)^2}+\frac{b}{(x-2)^3}$.

2. En déduire une primitive de f sur $]-\infty,2[$.

9 On considère la fonction f définie sur $]-1,1[$ par $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$. Soit F la primitive de f sur $]-1,1[$ qui s'annule en 0, et g la fonction définie sur $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ par $g(x)=F(\sin x)$.

1. Montrer que g est dérivable sur $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ et déterminer sa fonction dérivée.

2. En déduire que pour tout $x\in]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$, $g(x)=x$.

3. Calculer $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $F\left(\frac{1}{2}\right)$ et $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

10 On considère la fonction f définie sur $[0,1]$ par $f(x)=\sqrt{1-x^2}$.

Soit F la primitive de f sur $[0,1]$ qui s'annule en 0, et g la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}]$ par $g(x)=F(\cos x)$.

1. Montrer que g est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{2}]$ et déterminer sa fonction dérivée.

2. En déduire que pour tout $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$, $g(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin(2x)+\frac{\pi}{4}$.

3. Calculer $F(1)$ et $F\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

11 Déterminer toutes les fonctions deux fois dérivable sur I telles que :

1. $f''(x)=0$, $I=\mathbb{R}$.

2. $f''(x)=\sin x$, $I=\mathbb{R}$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn